

PRIMITIVNÍ FUNKCE

Spočítejte následující primitivní funkce.

1. $\int (x^3 + 2x + \frac{17}{x}) \, dx$
2. $\int (18e^x + 16e^{8x} - \frac{1}{x} + 3 \cos x) \, dx$
3. $\int x e^{-x^2} \, dx$
4. $\int \sin^2 x \, dx$
5. $\int x e^x \, dx$
6. $\int \log x \, dx$
7. $\int \arctg x \, dx$
8. $\int e^{ax} \cos bx \, dx, a, b \in \mathbf{R}$
9. $\int \sqrt{x^6} \, dx$
10. $\int \cos^5 x \sqrt{\sin x} \, dx$
11. $\int \frac{\log x}{x \sqrt{1+\log x}} \, dx$
12. $\int \frac{1}{\sin x} \, dx$
13. $\int \frac{\arctan e^x}{e^x} \, dx$
14. $\int \sin^3 x \, dx$
15. $\int \frac{x}{x^2-x+2} \, dx$
16. $\int \frac{x}{x^4-2x^2-1} \, dx$
17. $\int \frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x} \, dx$
18. $\int \frac{x}{x^3-1} \, dx$
19. $\int \frac{x^2}{(x+2)^2(x+4)^2} \, dx$
20. $\int \frac{3 \sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x + 3 \cos^2 x} \, dx \quad \text{na } (-\pi/2, \pi/2)$
21. $\int (\operatorname{tg} x)^5 \, dx$
22. $\int \frac{\sin x}{1+\sin x} \, dx$
23. $\int \frac{1}{1+\exp(x/2)+\exp(x/3)+\exp(x/6)} \, dx$
24. $\int \frac{dx}{\cos x \cdot \sin^3 x}$
25. $\int \log^2 x \, dx$
26. $\int \frac{2x+1}{x^2+x+1} \, dx$
27. $\int \frac{\exp x}{\exp x+1} \, dx$

VÝSLEDKY

1. $\frac{1}{4}x^4 + x^2 + 17 \log|x|, x \in (-\infty, 0) \text{ a } x \in (0, +\infty)$
2. $18e^x + 2e^{8x} - \log|x| + 3 \sin x, x \in (-\infty, 0) \text{ a } x \in (0, +\infty)$
3. $-\frac{1}{2}e^{-x^2}, x \in \mathbf{R}$
4. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \sin 2x, x \in \mathbf{R}$
5. $(x-1)e^x, x \in \mathbf{R}$
6. $x \log x - x, x \in (0, +\infty)$
7. $x \arctg x - \frac{1}{2} \log(1+x^2), x \in \mathbf{R}$
8. Pokud $a \neq 0$ nebo $b \neq 0$, pak je řešením funkce $\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a \cos bx + b \sin bx), x \in \mathbf{R}$; pokud $a = b = 0$, pak je řešením funkce $x, x \in \mathbf{R}$
9. $F(x) = \begin{cases} -\frac{1}{4}x^4, & x \in (-\infty, 0), \\ \frac{1}{4}x^4, & x \in (0, +\infty) \end{cases}$
10. $\frac{2}{3} \sin^{\frac{3}{2}} x - \frac{4}{7} \sin^{\frac{7}{2}} x + \frac{2}{11} \sin^{\frac{11}{2}} x, x \in (2k\pi, (2k+1)\pi), k \in \mathbf{Z}$
11. $\frac{2}{3}(1+\log x)^{\frac{3}{2}} - 2(1+\log x)^{\frac{1}{2}}, x \in (1/e, +\infty)$
12. $\log|\operatorname{tg} \frac{x}{2}|, x \in (k\pi, (k+1)\pi), k \in \mathbf{Z}$
13. $-e^{-x} \arctg e^x + x - \frac{1}{2} \log(1+e^{2x}), x \in \mathbf{R}$
14. $-\frac{1}{3} \sin^2 x \cos x - \frac{2}{3} \cos x$
15. $\frac{1}{2} \log(x^2 - x + 2) + \frac{1}{\sqrt{7}} \arctg \frac{2x-1}{\sqrt{7}}, x \in \mathbf{R}$
16. $\frac{1}{4\sqrt{2}} \log \left| \frac{x^2-1-\sqrt{2}}{x^2-1+\sqrt{2}} \right|, x \in (-\infty, -\sqrt{1+\sqrt{2}})$
17. $x + \frac{1}{6} \log|x| - \frac{9}{2} \log|x-2| + \frac{28}{3} \log|x-3|, x \in (-\infty, 0) \text{ nebo } x \in (0, 2) \text{ nebo } x \in (2, 3) \text{ nebo } x \in (3, +\infty)$
18. $\frac{1}{6} \log \frac{(x-1)^2}{x^2+x+1} + \frac{\sqrt{3}}{3} \arctg \frac{2x+1}{\sqrt{3}}, x \in (-\infty, 1) \text{ nebo } x \in (1, +\infty)$
19. $2 \log \left| \frac{x+4}{x+2} \right| - \frac{5x+12}{(x+2)(x+4)}, x \in (-\infty, -4) \text{ nebo } x \in (-4, -2) \text{ nebo } x \in (-2, +\infty)$
20. $\frac{4}{\sqrt{3}} \arctg \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} x \right) - x$
21. $\frac{1}{4} \operatorname{tg}^4 x - \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \frac{1}{2} \log(1+\operatorname{tg}^2 x), x \in (-\pi/2 + k\pi, \pi/2 + k\pi), k \in \mathbf{Z}$
22. $\frac{2}{1+\operatorname{tg} \frac{x}{2}} + x, x \in (-\pi/2, \pi/2)$
23. $-3 \arctg(e^{x/6}) - \frac{3}{2} \log(e^{x/3} + 1) - 3 \log(e^{x/6} + 1) + x, x \in \mathbf{R}$
24. $\log|\operatorname{tg} x| - \frac{1}{2 \sin^2 x}, x \in (0, \pi/2) + k\pi/2, k \in \mathbf{Z}$
25. $x \log^2 x - 2x \log x + 2x, x \in (0, +\infty)$
26. $\log(x^2+x+1), x \in \mathbf{R}$
27. $\log(e^x + 1), x \in \mathbf{R}$